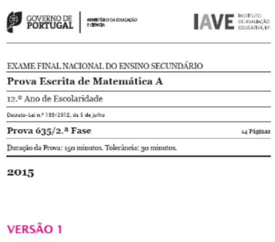
Matemática A
Exame 2015 2ª Fase V1

MATEMATICA A- 11º ANO

Extraído de:


EXAME FINAL NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO
Prova Escrita de Matemática A
12.º Ano de Escolaridade
Prova 635/2.ª Fase
2015
VERSÃO 1

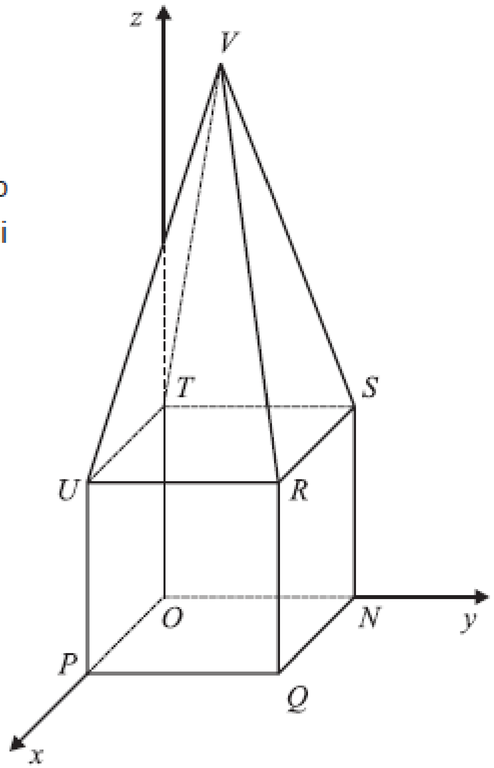
Geometria no plano e no espaço II

Perpendicularidade de vetores no espaço

Grupo II

6. Na Figura 3, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o p $[NOPQRSTUV]$ que se pode decompor num cubo e numa pi quadrangular regular. Sabe-se que:

- o vértice P pertence ao eixo Ox
- o vértice N pertence ao eixo Oy
- o vértice T pertence ao eixo Oz
- o vértice R tem coordenadas $(2, 2, 2)$
- o plano PQV é definido pela equação $6x + z - 12 = 0$



(...)

Figura 3

6.3. Seja A um ponto pertencente ao plano QRS

Sabe-se que:

- o ponto A tem cota igual ao cubo da abcissa;
- os vetores $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{TQ}$ são perpendiculares.

Determine a abcissa do ponto A, recorrendo à calculadora gráfica.

Na sua resposta:

- equacione o problema;
- reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) que visualizar na calculadora e que lhe permite(m) resolver a equação, devidamente identificado(s) (sugere-se a utilização da janela de visualização em que $x \in [-4, 4]$ e $y \in [-2, 7]$);
- apresente a abcissa do ponto A arredondada às centésimas.

Proposta de resolução

Tem-se que:

Uma equação do plano QRS é y=2.

Seja x a abcissa do ponto A. Como A pertence ao plano QRS e como a sua cota é o triplo da sua abcissa, as suas coordenadas são da forma A $(x, 2, x^3)$.

$$\overrightarrow{OA} = A - O = (x, 2, x^3) - (0,0,0) = (x, 2, x^3) \; e \; \overrightarrow{TQ} = Q - T = (2,2,0) - (0,0,2) = (2,2,-2)$$

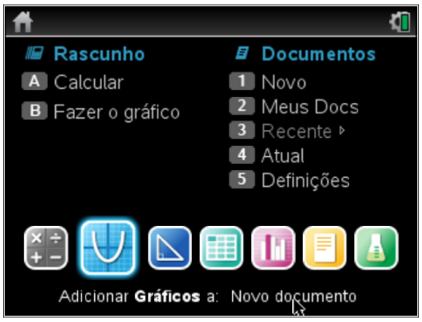
Como os vetores $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{TQ}$ são perpendiculares, tem-se que $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{TQ}$=0. Portanto pretende-se determinar x tal que:

$$\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{TQ} = 0 \leftrightarrow (x, 2, x^3).(2,2,-2) = 0 \leftrightarrow 2x + 4 - 2x^3 = 0 \leftrightarrow -2x^3 + 2x + 4 = 0$$

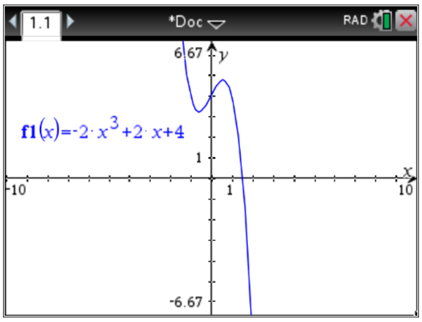
Para determinar a solução da equação $-2x^3 + 2x + 4 = 0$ em [-4,4], teremos de representar na calculadora gráfica o gráfico da função de interesse à determinação da solução, f1(x)= $-2x^3 + 2x + 4$.

Para a resolução deste tópico utilizámos a unidade portátil TI-Nspire CX. No entanto o procedimento é semelhante para qualquer unidade portátil TI-Nspire (Clickpad, Touchpad ou CX).

No menu inicial do TI-Nspire, acessível através da tecla [⌂on], abre um novo documento (tecla [1]) ou adiciona uma nova página com a aplicação Gráficos (segundo ícone).



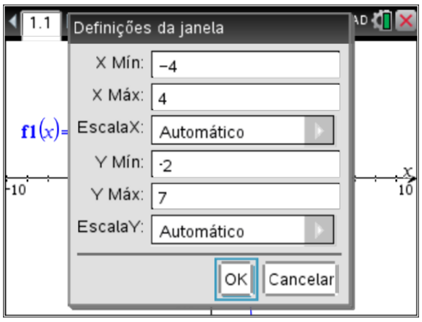
Na linha de entrada, *f1(x)*= introduz $-2x^3+2x+4$ e prime a tecla [enter].



Uma vez que a janela de visualização não é a adequada para visualizar o ponto de interesse, vamos ter de ajustar a janela clicando em [menu], **4:**Janela, **1:** Definições da janela…

Em **X Min** coloca -4, em **X Máx**:4, em **Y Min**:-2 e em **Y Máx**:7, finalizando com [enter].

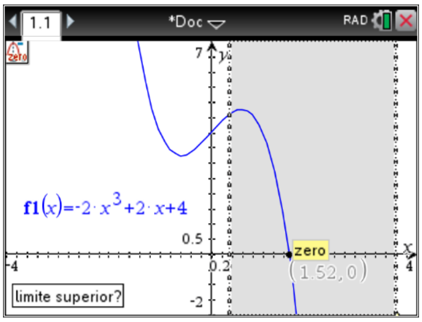
Na janela verás a curva da qual se pretende determinar o zero.



Para determinares o ponto de interseção tens de premir [menu], **6:**Analisar gráfico, **1:**zero.

É solicitado o limite inferior (que fica à esquerda da raiz) que teremos de selecionar clicando em [enter] e posteriormente o limite superior (à direita da raiz) que selecionamos da mesma forma.

As coordenadas da raiz surgirão no ecrã **(1,52;0)**.



Deverás reproduzir o referencial, os gráficos e as coordenadas do zero na tua folha e apresentar a resposta:

A <u>abcissa do ponto A</u> é **1,52**.